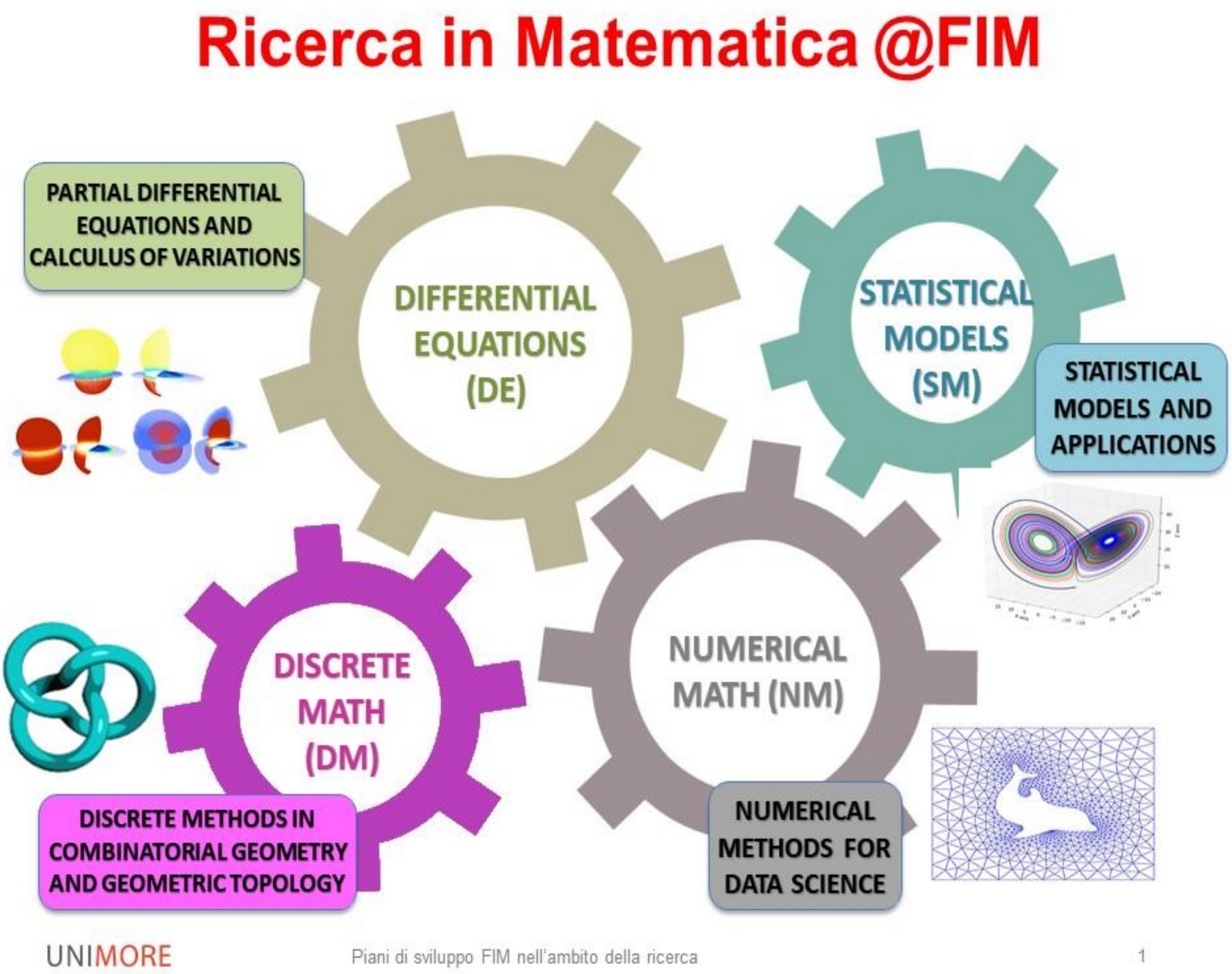
Piano di sviluppo del Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche.



Si riportano nel seguito le descrizioni delle quattro macro-tematiche nelle quali sono organizzate le attività di ricerca dell'area Matematica del Dipartimento FIM:

- **PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND CALCULUS OF VARIATIONS**

- **DISCRETE METHODS IN COMBINATORIAL GEOMETRY AND GEOMETRIC TOPOLOGY**

- **STATISTICAL MODELS AND APPLICATIONS**

- **NUMERICAL METHODS FOR COMPUTATIONAL AND DATA SCIENCE**

PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND CALCULUS OF VARIATIONS

Concetti di base. Le **equazioni differenziali** ed il **calcolo delle variazioni** sono le principali branche dell'analisi matematica e nascono già nel XVII secolo come strumenti per risolvere problemi, che si presentano principalmente nella modellizzazione di fenomeni della fisica, utilizzando metodi del calcolo differenziale ed integrale. Gli esempi più studiati di equazioni differenziali hanno origine dalle leggi di Newton che permettono di stabilire la legge oraria di un corpo che si muove sotto l'azione di un campo di forze, le equazioni di D'Alembert della corda vibrante, l'equazione di Fourier della diffusione del calore, l'equazione di Laplace del potenziale elettrico o gravitazionale. Il calcolo delle variazioni interviene invece in problemi di ottimizzazione come il classico problema della brachistocrona, quello delle superfici minime che consiste nello stabilire come sui dispone una lamina di sapone su un sostegno di forma arbitraria, il problema di Newton per determinare il profilo che minimizza la resistenza al moto di un corpo solido in un fluido.

Col passare del tempo le equazioni differenziali e il calcolo delle variazioni si sono imposti per descrivere matematicamente sistemi in vari ambiti applicativi: Fisica, Scienze dei Materiali, Biologia, Chimica, Finanza, ecc. La necessità di rappresentare i fenomeni in maniera più aderente alla realtà ha portato e porta a sviluppare modelli sempre nuovi, rendendo necessario lo sviluppo e l'applicazione di sofisticati strumenti di analisi funzionale e di analisi reale. Solamente in pochissimi casi particolari è possibile determinare una soluzione esplicita. Quando ciò non accade, cioè nella maggior parte delle situazioni, vengono studiate le proprietà qualitative delle soluzioni per mezzo di strumenti teorici, che forniscono anche strumenti per la ricerca di soluzioni approssimate.
Le equazioni differenziali ed il calcolo delle variazioni sono ambiti strettamente connessi: in opportune ipotesi i minimi dei funzionali del calcolo delle variazioni sono soluzioni di equazioni differenziali e le soluzioni di alcune equazioni differenziali possono essere viste come minimi di funzionali integrali, quindi gli strumenti sviluppati per un ambito possono essere utilmente impiegati nell'altro. D'altra parte, le peculiarità di alcuni problemi specifici richiedono lo sviluppo di strumenti ad hoc per ottenere risultati teorici ottimali.

Presenza al FIM. All'interno di FIM UNIMORE sono presenti ricercatori con solide competenze nel campo delle equazioni differenziali alle derivate parziali e del calcolo delle variazioni, con estese e consolidate collaborazioni internazionali. Le ricerche svolte si articolano nei seguenti ambiti:

-Approccio funzionale alle EDP: Tale approccio si adatta in particolare a problemi che descrivono fenomeni evolutivi fortemente non lineari e possibilmente singolari. In molti casi lo studio di questi modelli può essere affrontato con metodi dell'Analisi Funzionale, che permettono di dimostrare che, nota la situazione all'istante iniziale t_0, si può determinare per ogni istante t successivo a t_0, una soluzione, con la proprietà che essa sia *stabile*, nel senso che piccole modifiche nel dato iniziale producono piccole variazioni nella soluzione valutata nei tempi successivi. In molti problemi studiati in questo contesto si cerca di prevedere l'andamento della soluzione per tempi grandi. In alcuni casi la soluzione si avvicina asintoticamente agli stati di equilibrio del sistema (questi problemi sono studiati mediante l'Analisi asintotica locale e comprende la teoria delle *biforcazioni*). In altri casi la dinamica del sistema richiede di considerare l'evoluzione di insiemi limitati di dati iniziali (questi problemi sono studiati mediante l'Analisi asintotica globale e comprende lo studio degli attrattori frattali). Se il fenomeno che si studia dissipa qualche forma di energia, talvolta è possibile mostrare che il regime permanente del sistema sia descritto da un numero finito di parametri e possa quindi essere in un certo senso *previsto*. I modelli affrontati sono infatti deterministici, nel senso che lo stato del sistema ad ogni istante è completamente determinato dalla situazione di partenza.

-Approccio variazionale alle EDP: vi sono casi in cui le soluzioni dell'EDP corrispondono a minimi di funzionali. Questo approccio traduce principi di base in Fisica, Biologia, etc, nel senso che i sistema preferiscono naturalmente le configurazioni che procurano il minimo dispendio di energia o di altre quantità significative. I membri FIM-UNIMORE che lavorano a questo approccio sono interessati a modellizzare innanzitutto problemi di elasticità non lineare. In questi tipi di modelli le lagrangiane che intervengono devono soddisfare condizioni più generali di quelle presenti usualmente in letteratura e pertanto rimangono aperte molte questioni di esistenza e regolarità, nodi cruciali per una conoscenza approfondita del modello che possa supportare con successo i dati sperimentali. Un tipico esempio è il caso di densità di energia dipende esplicitamente dalla variabile spaziale: in questo tale struttura interagisce in modo cruciale con le proprietà di crescita ed ellitticità del funzionale stesso, portando a modellizzare materiali con forti anisotropie. Questi risultati non sono estesi in generale in maniera automatica al caso di problemi con ostacolo, che sono invece di grande interesse applicativo. Pertanto ci si propone di studiare la regolarità del problema con ostacolo relativo a EDP di tipo ellittico o parabolico sotto diverse ipotesi di regolarità dei coefficienti dell'operatore differenziale e sull'ostacolo stesso, affrontando anche problemi aperti da più di 30 anni (come il problema di determinare la limitatezza del gradiente per funzionali a crescita non standard). L'obiettivo è quello di individuare ipotesi minimali sulla regolarità dell'operatore differenziale che garantiscano stime a priori ottimali nel senso che la regolarità dell'ostacolo si possa trasferire a quella della soluzione. Ad esempio si pensa allo studio delle equazioni di Kolmogorov in forma variazionale, supponendo che i coefficienti della parte del secondo ordine dell'operatore differenziale appartengano allo spazio V.M.O. delle funzioni a oscillazione media infinitesima. Inoltre, poiché un minimo di un funzionale a crescita non standard non è necessariamente soluzione della corrispondente equazione di Eulero-Lagrange, uno degli scopi sarà quello di capire le condizioni che garantiscono il passaggio dal problema con ostacolo alla sua formulazione variazionale in termini di EDP.

-EDP collegate a processi stocastici. Alcuni problemi sopra descritti sono deterministici, nel senso che lo stato del sistema ad ogni istante è completamente determinato dalla situazione di partenza, alcuni di questi sono stabili, nel senso che una piccola perturbazione dei dati iniziali produce piccoli cambiamenti nella soluzione, altri invece sono instabili. Oltre ai problemi deterministici, vengono studiati modelli che contengono un fattore di aleatorietà intrinseco. A questa famiglia di modelli appartengono i processi stocastici che descrivono i mercati finanziari e quelli che intervengono nella teoria cinetica dei gas. Lo strumento naturale per affrontare questo tipo di problema è l'equazione differenziale stocastica (EDS), che fornisce ad ogni istante la probabilità che il sistema in evoluzione si trovi in un determinato stato. I membri del FIM UNIMORE che lavorano si questo tipo di problema hanno competenze specifiche per le EDP di Kolmogorov e di Feynman-Kac, che descrivono la densità di probabilità delle soluzioni delle EDS. Uno dei principali problemi studiati in questo contesto riguarda il problema finanziario del "pricing" dei titoli azionari derivati nell'ambito della modellizzazione di Black & Scholes. In particolare, il problema relativo alle opzioni di tipo "path-dependent", tra cui le Asiatiche, si traduce in un problema di valori iniziali per un'equazione di

Kolmogorov degenere, mentre l’analogo problema per le opzioni Americane “path-dependent” si traduce in un problema dell’ostacolo, anch’esso per un’equazione di Kolmogorov degenere. Questo tipo di ricerca viene sviluppato anche in collaborazione con alcuni membri del Dipartimento di Economia Marco Biagi.

A questa famiglia di modelli appartengono anche quelli che nascono nel contesto della Meccanica Quantistica dove la soluzione dell’EDP rappresenta lo stato quantistico del sistema che definisce una densità di probabilità. Per quest'ultima classe di problemi in particolare sono implementati strumenti specifici nell'ambito della teoria delle perturbazioni e dello studio di equazioni singolari (limite semiclassico dell'equazione di Schroedinger).

Struttura del gruppo di ricerca

- Professori Ordinari: Sergio Polidoro, Andrea Sacchetti
- Professori Associati: Michela Eleuteri, Stefania Gatti, Luca La Rocca, Massimo Villarini
- Ricercatori a Tempo Indeterminato: Carlo Benassi, Stefania Perrotta
- Dottorandi: Francesca Anceschi, Chiara Gavioli

Tematiche di ricerca

- Equazioni di evoluzione nonlineari e applicazioni
- Materiali speciali e regolarità nel Calcolo delle Variazioni
- Modellizzazione dei mercati
- Teoria della regolarità per equazioni alle derivate parziali

Sintesi della proposta di sviluppo

Nei prossimi cinque anni, il settore si propone progressi nello studio dei modelli di EDP/variazionali/EDS. Questo si concretizza in pubblicazioni, comunicazioni a convegni, etc. In particolare, tenuto conto del fatto che i problemi affrontati richiedono strategie sempre nuove, si attendono risultati sia più astratti che relativi ad un modello specifico. Si ritiene il futuro ingresso di un RTD-B nel settore dell’Analisi Nonlineare possa aumentare l’efficacia della ricerca.

Obiettivi

- Contribuire agli avanzamenti nell’analisi teorica di modelli di EDP/variazionali/EDS, con ricadute concrete in considerazione dell’origine applicativa dei modelli. Tra le altre cose, questo tipo di analisi costituisce un primo passo per orientare un successivo trattamento numerico dei problemi.

- Estendere e rafforzare la rete di collaborazioni internazionali dei ricercatori del gruppo DE, attraverso soggiorni all'estero dei membri, visiting professors, organizzazione di convegni.

- Promuovere e allargare le collaborazioni interdisciplinari. Oltre a quelle già attive nel campo dell'Economia, se ne prevedono di nuove in ambito medico. Per esempio, si immagina un progetto in comune con altri ricercatori FIM sull'interpretazione della messe di dati fornita da neuroimaging nell'ambito dei modelli biomatematici per tumori cerebrali. Come è noto, questi tumori sono difficilmente diagnosticabili e trattabili e ancora poco compresi: per questo, si sta sviluppando una fiorente letteratura che propone di descriverli come modelli di transizione di fase. Una volta che sia stato formulato un modello biomatematico, occorre provvedere alla sua validazione. Questa avviene sia con simulazioni numeriche che attraverso una trattazione analitico-teorica, che tra le altre cose si preoccupa dell'esistenza di soluzioni biologicamente rilevanti e possibilmente di prevedere l'estinzione della malattia. Inoltre, sia per decidere il tipo che la tempistica delle terapie, è essenziale individuare, interpretando opportunamente i numerosi dati provvisti da PET e MRI, il momento in cui i gliomi (i più diffusi tumori cerebrali) passano da low grade a high grade. In questo senso si può immaginare un'equipe congiunta di ricercatori che lavorino a questo progetto.

DISCRETE METHODS IN COMBINATORIAL GEOMETRY AND GEOMETRIC TOPOLOGY

Concetti di base.

Generalmente parlando, la **Matematica Discreta** si occupa di trovare trattazioni sistematiche per strutture che provengono da universi finiti, cioè collocabili in insiemi di cardinalità finita, oppure numerabili, cioè in corrispondenza biunivoca con l'insieme dei numeri naturali. La peculiarità principale che si può dunque ascrivere a qualunque situazione di Matematica Discreta è quella di poter "contare", almeno in linea di principio, gli oggetti coinvolti. Già classicamente sono state generate enormi quantità di relazioni in tale ambito: tutte le formule del calcolo combinatorio sono infatti di questo tipo, si pensi ad esempio alle numerose identità che riguardano i classici coefficienti binomiali.
Nel contesto generale della Matematica Discreta si innestano oggigiorno tematiche specifiche che nascono dall'interesse per problemi suscettibili di una **modellizzazione discreta**.
Rimane trasversale il ricorso generalizzato a metodi di conteggio. Spesso è proprio il conteggio degli oggetti che soddisfano determinate proprietà ad essere l'oggetto di studio (per esempio le triangolazioni di una data varietà oppure il numero di sottografi di un grafo assegnato che soddisfano una determinata proprietà). In altri casi la problematica enumerativa viene assoggettata a considerazioni di simmetria che nascono in maniera naturale dal problema considerato: in ambito geometrico tipicamente si ha quindi a che fare con un gruppo di trasformazioni geometriche che conservano le proprietà richieste, siano esse topologiche o puramente di incidenza.

Presenza al FIM.

Un gruppo di ricercatori di UniMORE- FIM vanta una consolidata tradizione nello studio di strutture algebriche e geometriche discrete, od opportunamente trattabili tramite tecniche di discretizzazione.
L'interesse spazia dallo studio della topologia algebrica e geometrica delle varietà alla teoria combinatoria dei gruppi, dalla teoria dei grafi alla rappresentazione delle varietà PL tramite grafi colorati sugli spigoli, con le sue interconnessioni alla teoria dei *random tensors* in gravità quantistica.
Le ricerche su tali argomenti agganciano tematiche di grande interesse per le applicazioni scientifiche e tecnologiche: si ricordi, ad esempio, come i grafi vengano utilizzati oggi in strutture dati e algoritmi di calcolo molto diffusi e persino nello studio di fenomeni sociali e finanziari e in problemi di assemblaggio di molecole di DNA; come la teoria dei nodi sia connessa allo studio di strutture biologiche (confronto di dati genetici) e fisiche (teoria delle stringhe); come la topologia computazionale si sia rivelata indispensabile per la descrizione e comparazione di forme al calcolatore, con conseguenti ricadute nella manipolazione grafica, nel confronto di modelli e nel reperimento di informazioni visuali.
All'interno del gruppo, lo studio di proprietà strutturali è oggi affiancato anche da tecniche computazionali che fanno uso di software, sia di tipo generale (tipicamente distribuzioni Open Source ampiamente utilizzate nella comunità scientifica, quali GAP et al.), sia di tipo dedicato, con programmi scritti ad hoc in linguaggi di programmazione standard (C e derivati).
Il gruppo si avvale di una solida rete di collaborazioni nazionali ed internazionali, che investono anche ricerche multidisciplinari: di rilievo la recente collaborazione stabilita tra il gruppo locale di topologia geometrica (linea di ricerca DE2) e un gruppo di fisici teorici francesi, allo scopo di studiare gli aspetti fisici, geometrici e combinatori della teoria dei *random tensors* in gravità quantistica, avvalendosi delle forti connessioni con la teoria delle cristallizzazioni per la rappresentazione delle varietà PL di dimensione arbitraria, e con gli invarianti PL in essa definiti.

Struttura del gruppo di ricerca.

- *Partecipanti strutturati presso il FIM:*
  Arrigo BONISOLI (PO), Maria Rita CASALI (PO), Alberto CAVICCHIOLI (PO), Carlo Gagliardi (PO), Paola Bandieri (PA), Fulvia SPAGGIARI (PA), Simona BONVICINI (RC), Paola CRISTOFORI (RC).

- *Dottorandi partecipanti:*
  Franco FERNICOLA (ciclo 32); Davide MATTIOLO, Jean Paul ZERAFA (ciclo 33), Maria Chiara MOLINARI, Vincenzo PALLOZZI-LAVORANTE (ciclo 34)

- *Altri partecipanti UNIMORE:*
  Luigi GRASSELLI (PO, DISMI), Claudia Landi (PA, DISMI), Gloria RINALDI (PA, DISMI)

Linee di ricerca afferenti alla macrotematica:

- ***DM1 - MATEMATICA DISCRETA***
  - problemi di colorazione di grafi;
  - problemi di decomposizione di grafi;
  - ricerca di matching, matching perfetti (1-fattori), 2-fattori;
  - caratterizzazione di grafi con assegnate proprietà strutturali;
  - transversal in quadrati Latini;
  - grafi Hamiltoniani;
  - tecniche di Teoria dei Grafi applicate a problemi di assemblaggio del DNA.
- ***DE2 - APPPLICAZIONI DELLA TEORIA DELLE CRISTALLIZZAZIONI IN TOPOLOGIA GEOMETRICA E IN GRAVITA' QUANTISTICA***
  - relazioni tra teoria delle cristallizzazioni e colored tensor models in gravità quantistica
  - trisezioni di 4-varietà PL con bordo
  - generazione di cataloghi di 4-varietà PL tramite grafi colorati e loro classificazione.
- ***DE3 - TOPOLOGIA ALGEBRICA E DIFFERENZIALE***
  - Topologia e geometria delle varietà;
  - Teoria combinatoria dei gruppi;
  - Topologia algebrica, algebra omologica e L-teoria.

Sintesi della proposta di sviluppo

Il gruppo propone, per ciascuna delle linee di ricerca afferenti, un piano di sviluppo per il medio periodo con obiettivi ben innestati nella ricerca pregressa del gruppo stesso e di sensibile impatto nel panorama della ricerca internazionale del settore. L'attenzione è rivolta sia agli aspetti multidisciplinari e alle applicazioni, sia all'ambito più prettamente teorico, di natura topologica-geometrica-combinatoria.
Sono in essere elaborazioni di progetti di ricerca in vista di bandi UNIMORE (progetti FAR interdisciplinari e progetti FAR di Dipartimento) o di emanazione esterna. I componenti del gruppo sono attualmente coinvolti nella organizzazione di Convegni Internazionali sulle tematiche di interesse, oltre che di corsi e seminari in sede, anche attraverso l'apporto di *visiting professor*.

Obiettivi

il gruppo si propone di contribuire significativamente all’avanzamento della ricerca nel settore di competenza, ponendo specifica attenzione a:

- varianti del concetto di ortogonalità per i quadrati Latini, che trovano applicazione nell’ambito degli *experimental designs*
- tecniche di teoria dei grafi applicate a problemi di assemblaggio del DNA
- relazioni tra teoria delle cristallizzazioni e *colored tensor models* in gravità quantistica
- trisezioni di 4-varietà PL con bordo
- Invarianti combinatori e rappresentazioni discrete di varietà e loro generalizzazioni
- varietà dei caratteri di gruppi finitamente presentati e loro proprietà geometriche e algebriche

Per incrementare la internazionalizzazione della ricerca, il gruppo intende allargare la rete delle collaborazioni internazionali, soprattutto tramite la partecipazione e l’organizzazione di Convegni Internazionali del settore, con il coinvolgimento di partner di riconosciuto prestigio.

STATISTICAL MODELS AND APPLICATIONS

Concetti di base.

La **Meccanica Statistica** è la disciplina che unisce i principi e le procedure della probabilità alle leggi della Meccanica Classica e Quantistica per prevedere e spiegare le proprietà misurabili dei sistemi macroscopici sulla base delle proprietà e del comportamento delle componenti microscopiche di tali sistemi. La meccanica statistica utilizza le leggi della probabilità in modo tale da considerare il comportamento collettivo di un gran numero di particelle dello stesso tipo prescindendo da quello della singola particella costituente la sostanza macroscopica. La prima esposizione sistematica dei fondamenti della Meccanica Statistica dell'equilibrio fu data da J. W. Gibbs agli inizi del '900, il quale sviluppò le indagini di J.C. Maxwell e L.E. Boltzmann sulla termodinamica. Nel corso degli anni i metodi della meccanica statistica hanno dimostrato la loro efficacia in una grande varietà di applicazioni scientifiche che vanno dalle reti neurali reali in biologia, alle scienze socio-economiche, all'ambito sanitario, fino all'etologia.

All'interno della Meccanica Statistica si possono distinguere due are tematiche che presentano profonde differenze: la Meccanica Statistica dell'Equilibrio e la Meccanica Statistica del Non-Equilibrio. La Meccanica Statistica dell'Equilibrio ha raggiunto grandi successi: ha conosciuto un veloce sviluppo raggiungendo altissimi livelli di sofisticazione matematica ed è stata applicata fruttuosamente a problemi difficili come, ad esempio, lo studio dei fenomeni critici. La Meccanica Statistica dell'Equilibrio ha anche connessioni non banali con la teoria dei sistemi dinamici e con la teoria dei campi quantistici.

Al contrario, i progressi in Meccanica Statistica del Non-Equilibrio sono stati molto più lenti. Attualmente, la nostra comprensione dell'irreversibilità, che dipende ancora delle idee sviluppate da Boltzmann, rimane piuttosto limitata. In questo ambito i successi sono stati principalmente nello studio dei fenomeni dissipativi vicino all'equilibrio (relazioni di reciprocità di Onsager, formula di Green-Kubo e risultati connessi).

La macrotematica proposta si inquadra nell'ambito dello studio sia di tematiche di equilibrio che di non equilibrio. Come tipico di questa disciplina, l'analisi si sviluppa mediante l'analisi di modelli. Nel caso dell'equilibrio i modelli indagati sono, ad esempio, sistemi di spin con interazione ferromagnetica o di tipo spin-glass su strutture spaziali regolari (reticoli) o casuali (grafi random). Questi sistemi si prestano bene a rappresentare sistemi complessi che si trovano nel modo reale, come le reti complesse con le interazioni, ad esempio di tipo sociale, imitativo o contro imitativo, che si sviluppano su essi. Nel caso del non equilibrio, i principali modelli che possono essere sottoposi ad uno studio analitico sono i sistemi di particelle interagenti, che matematicamente sono rappresentati da processi stocastici. Caratteristica comune di tutti questi modelli è che, nonostante le interazioni (microscopiche) che li definiscono siano usualmente semplici, i fenomeni che essi generano sono estremamente complessi e parimenti complesso risulta il loro studio. Di livello di difficoltà ancora superiore sono i modelli deterministici (Hamiltoniani), che pur rappresentando un livello di descrizione più sofisticata della natura microscopica delle interazioni fra particelle, risultano molto più ardui da studiare con i metodi analitici. Per tali modelli, quali ad esempio le catene di oscillatori anarmonici, le simulazioni numeriche rappresentano in molti casi uno strumento al momento insostituibile.

Presenza al FIM e Stato della Ricerca.

All'interno del Dipartimento di Scienze Fisiche Informatiche e Matematiche (FIM) di UNIMORE sono presenti ricercatori che svolgono un ruolo di riferimento in meccanica statistica e in ambito statistico-probabilistico nel contesto nazionale e internazionale supportato da numerose collaborazioni internazionali. I principali risultati scientifici ottenuti dal gruppo di ricerca nell'ultimo decennio riguardano principalmente:

- Sistemi di particelle interagenti fuori dall'equilibrio: dualità di processi stocastici, processi di inclusione ed esclusione, soluzione per dualità, stati stazionari di non equilibrio, calcolo esatto delle funzioni di correlazione. Limite idrodinamico di particelle con interazioni topologiche, problemi di frontiera libera con conservazione della massa. Metodo della dualità per modelli di genetica delle popolazioni;
- Modelli di Ising bidimensionali: stati stazionari fuori dall'equilibrio, correnti uphill e downhill, ruolo dei reservoirs, condizioni al contorno.
- Catene di oscillatori non lineari fuori dall'equilibrio: modelli FPU con potenziali cubici e quadratici, con potenziali hard core e potenziali di Lennard-Jones, in contatto con termostati di Nosé-Hoover, asimmetria temporale delle fluttuazioni, comportamenti anomali e assenza di equilibrio termodinamico locale, conduzione del calore, fluttuazioni macroscopiche e deformazioni di reticolo. Trasporto, fenomeni di localizzazione e di rilassamento in catene anarmoniche, conduzione del calore, legge di Fourier.
- Equazioni di Navier-Stokes (NS) bidimensionali e tridimensionali: studio numerico degli stati stazionari e delle loro biforcazioni. Equazioni di Navier-Stokes con termostato gaussiano (GNS), studio della congettura di equivalenza fra NS e GNS.
- Algoritmi per lo studio delle grandi deviazioni e la valutazione delle funzioni di grandi deviazioni, sistemi di particelle interagenti.
- Vetri di Spin: sistemi di campo medio e sistemi finito-dimensionali, stabilità stocastica, equivalenza degli overlaps, ultrametricità, identità di Ghirlanda-Guerra, correlazioni, interfacce, limite termodinamico. Dinamiche stocastiche su sistemi disordinati, dinamiche greedy e reluctant a temperatura zero.
- Modelli di Ising ferromagnetici su grafi random con struttura locale ad albero: studio delle misure quenched, averaged quenched e annealed, limite termodinamico della pressione, teoremi del Limite Centrale, Legge dei Grandi Numeri, Principio delle Grandi Deviazioni per la magnetizzazione, transizioni di fase, esponenti critici, caso del Generalized Random Graph e Configuration Model, effetti della struttura di Ising sulla topologia del grafo.
- Problema inverso per modelli di campo medio: studio delle proprietà di monotonia dei parametri d'ordine, determinazione dei parametri liberi del modello tramite la conoscenza di medie e correlazioni di osservabili, caso del modello di Curie-Weiss multipopolato e del modello Monomero-Dimero con interazione imitativa.

I temi proposti sono oggetto di intensa attività di ricerca a livello nazionale e internazionale per l'interesse che essi rivestono sia a livello teorico, sia per le applicazioni. L'efficacia dell'approccio meccanico statistico nelle applicazioni ha assunto un ruolo di prim'ordine, come risulta evidente dai numerosi riconoscimenti ottenuti dal gruppo di ricerca sia a livello regionale che nazionale. Ne sono esempio i finanziamenti ai progetti ottenuti: progetto di Dottorato Spinner, progetti FIRB, PRIN e GNFM, gruppo di ricerca CCBSS – www.ccbss.unimore.it).

Struttura del gruppo di ricerca

- Professori Ordinari: Cristian Giardinà, Cecilia Vernia
- Professori Associati: Marco Maioli
- Ricercatori a Tempo Indeterminato: Francesco Unguendoli
- Dottorandi: Salvatore Caruso
- Altri collaboratori UNIMORE: Claudio Giberti

Linee di ricerca

- SM1 – Processi Stocastici
  - Modelli Probabilistici
  - Sistemi di particelle interagenti
  - Network/grafi random
  - Grandi deviazioni ed eventi rari
  - Applicazioni:
    - Epidemie in dinamica delle popolazioni (contact process)
    - Modelli di trasporto (Fourier law)
    - Dinamica delle popolazioni (population genetics)

- SM2 – Meccanica Statistica
  - Modelli di sistemi complessi
  - Modelli disordinati su network
  - Problema Inverso
  - Applicazioni:
    - Inferenza Statistica
    - Applicazioni alle scienze sociali ed economiche
    - Applicazioni in ambito medico (campagne di screening, vaccinazioni)

Sintesi della proposta di sviluppo

Nei prossimi 5 anni all'interno della macrotematica ci si propone di sviluppare lo studio sia analitico che numerico delle tematiche presenti nelle due linee di ricerca. In particolare, si intende approfondire e generalizzare lo studio dei sistemi interagenti, ad esempio variando la natura delle interazioni, la loro struttura topologica o utilizzando diverse misure di equilibrio. Tutte queste scelte generano sistemi di grande interesse, che pongono nuovi problemi teorici e, allo stesso tempo, si propongono come modelli efficaci in molti ambiti applicativi.

Obiettivi

I principali obiettivi di sviluppo della macrotematica di ricerca sono:

- Contribuire significativamente agli avanzamenti nell'ambito della meccanica statistica dell'equilibrio e del non equilibrio, approfondendo sia gli aspetti teorici che quelli numerici e algoritmici degli approcci sviluppati negli ultimi anni e proponendo nuove strategie in particolare per le applicazioni del problema inverso e della genetica delle popolazioni.
- Intensificare le collaborazioni interdisciplinari, in particolare nel settore socio –sanitario, biomedicale, ma anche in altri ambiti quali ad esempio quello ingegneristico e dell'automazione, settori fortemente presenti e sviluppati nel territorio emiliano-romagnolo.
- Allargare la rete di collaborazioni internazionali, soprattutto tramite periodi di visiting di giovani ricercatori presso partner europei di prestigiose sedi di ricerca accademiche e non accademiche.

NUMERICAL METHODS FOR COMPUTATIONAL AND DATA SCIENCE

Concetti di base. L'**analisi numerica** è la disciplina che crea, analizza e implementa algoritmi per ottenere soluzioni numeriche di problemi matematici. Tali problemi sorgono nelle scienze naturali, nelle scienze sociali, nell'ingegneria, nella medicina e nell'ambito commerciale e finanziario. Dalla metà del XX secolo, la crescita costante della potenza di calcolo dei computer digitali ha portato ad un parallelo sviluppo di modelli matematici realistici e molto dettagliati nelle scienze e nell'ingegneria, la cui soluzione richiede lo sviluppo di **metodi numerici** sempre più sofisticati. L'area di interesse dell'analisi numerica è molto ampia, e spazia da studi matematici molto teorici e vicini, per argomenti e metodologie, all'analisi matematica fino alle questioni legate all'implementazione al calcolatore degli algoritmi, anche su **architetture parallele,** caratteristiche del mondo informatico. La maggior parte degli analisti numerici è focalizzata in settori specializzati della disciplina, ma ciò che li accomuna è la condivisione di prospettive, approcci e metodologie, quali ad esempio:

1) Quando un problema matematico non è risolvibile in modo diretto, se ne definisce una opportuna **approssimazione** più semplice da trattare. Esempi classici sono l'interpolazione nello sviluppo di metodi di integrazione numerica e metodi di ricerca delle radici.
2) In conseguenza delle approssimazioni introdotte, un aspetto fondamentale da valutare riguarda l'**errore** presente nella soluzione calcolata, la sua entità e la sua stima analitica. Inoltre, la comprensione della forma di errore consente la creazione di processi di estrapolazione per migliorare la convergenza del metodo numerico.
3) Due criteri di valutazione cruciali per tutti i problemi matematici e gli algoritmi numerici sono: la **stabilità**, ossia la sensibilità della soluzione dei problemi e degli algoritmi rispetto a piccoli cambiamenti nei dati o nei parametri; l'**efficienza** (o costo) di un algoritmo, in particolare se confrontato con altri metodi per risolvere lo stesso problema.

L'analisi numerica e la modellizzazione matematica sono essenziali in molte aree della vita moderna. Sofisticati metodi di analisi numerica sono comunemente incorporati in pacchetti software popolari (ad es. Programmi di fogli di calcolo) e consentono di analizzare modelli molto dettagliati, anche quando l'utente non è consapevole della matematica sottostante. Per raggiungere questo livello di trasparenza per l'utente sono necessari algoritmi di analisi numerica affidabili, efficienti e stabili, così come ambienti di problem solving in cui sia relativamente facile modellare una determinata situazione.

Presenza al FIM. All'interno di FIM UNIMORE sono presenti ricercatori che svolgono un ruolo di riferimento nel contesto nazionale e internazionale supportato da progetti e collaborazioni internazionali. La linea di ricerca degli analisti numerici del FIM si inquadra nell'ambito dell'ottimizzazione numerica e della sua applicazione a problemi inversi reali in diversi ambiti, dalla medicina all'ingegneria all'astronomia. Dal punto di vista teorico, il gruppo di ricerca ha sviluppato metodi di ottimizzazione numerica innovativi per la minimizzazione di funzionali dotati di diverse caratteristiche che variano dalla convessità e differenziabilità alla non convessità e non differenziabilità, con estensioni a problemi separabili che trovano applicazione ad esempio in problemi di blind deconvolution e blind source separation. Ogni algoritmo proposto è stato studiato da un punto di vista teorico in termini di proprietà, convergenza ed efficienza ed è stato implementato in uno dei linguaggi di riferimento del calcolo scientifico quali C, Matlab, IDL o Python. Per alcuni di questi algoritmi è stata anche implementata una versione per architetture parallele a basso costo, quali le Graphic Processing Units (GPUs), o per architetture parallele convenzionali a memoria distribuita (cluster) o memoria condivisa (multiprocessore).
Numerose sono state le applicazioni concrete in cui sono stati utilizzati i metodi di ottimizzazione numerica sviluppati, a partire dal problema delle Support Vector Machines in ambito machine learning affrontato a inizio anni 2000 e passando attraverso la ricostruzione di immagini acquisite mediante telescopi, microscopi o collimatori con analisi di dati reali provenienti dal Large Binocular

Telescope, dalla sonda RHESSI della NASA e da microscopi STED. Ricerche più recenti si sono concentrate su problemi di ricostruzione di immagini 2D e 3D da tomografia ad angoli limitati, microscopia a contrasto di interferenza differenziale, identificazione di sistemi dinamici in automatica.
Il gruppo di ricerca ha ottenuto riconoscimenti a livello regionale (finanziamento progetto di Dottorato Spinner e progetti PRRIITT) e a livello nazionale (progetti FIRB, PRIN e GNCS, gruppo di ricerca OASIS – www.oasis.unimore.it). Alcuni dei partecipanti sono inoltre membri dell'International Federation for Information Processing (IFIP) Working Group 7.4 on Inverse Problems and Imaging - http://www.ifip.org.

Struttura del gruppo di ricerca

- Professori Ordinari: Luca Zanni
- Ricercatori a Tempo Indeterminato: Silvia Bonettini, Marco Prato
- Ricercatori a Tempo Determinato – A: Federica Porta
- Dottorandi: Carla Bertocchi, Giorgia Franchini, Mathilde Galinier

Linee di ricerca

- NM1 – Ottimizzazione non convessa e non differenziabile
    - Ottimizzazione e big data
    - Metodi del prim'ordine
    - High performance computing

- NM2 – Metodi numerici per l'image processing e il machine learning
    - Imaging e problemi inversi
    - Tecniche di apprendimento automatico
    - Applicazioni in medicina, ingegneria e astronomia

Sintesi della proposta di sviluppo

Nei prossimi 5 anni la linea di ricerca si propone di sviluppare nuovi metodi di ottimizzazione numerica in grado di risolvere problemi derivanti da formulazioni sempre più complesse di fenomeni reali, e di approfondire l'analisi dei recenti metodi già proposti dai partecipanti. Particolare attenzione sarà rivolta all'applicazione delle metodologie a problemi reali, in particolar modo nell'ambito dell'image processing e da problemi di machine learning in cui i metodi di ottimizzazione numerica giocano un ruolo chiave per una risoluzione stabile ed efficiente.

Obiettivi

- Contribuire significativamente agli avanzamenti nel settore dell'ottimizzazione numerica, approfondendo gli aspetti teorici degli approcci sviluppati negli ultimi anni e proponendo nuove strategie per la minimizzazione di funzionali alla base di problemi inversi e machine learning.
- Intensificare le collaborazioni interdisciplinari, in particolare nel settore biomedicale particolarmente presente in Emilia Romagna, ma anche in ambiti più generali quali ad esempio quello dell'imaging astronomico.
- Allargare la rete di collaborazioni internazionali, soprattutto tramite periodi di visiting di giovani ricercatori presso partner europei di riconosciuto prestigio.