

**Dottorato di Ricerca in Matematica UNIMORE-UNIPR-UNIFE****Esame finale Ciclo XXXII**

Venerdi 28 Febbraio 2020, ore 11:00, AULA M1.3

Dipartimento FIM, Modena.

	<b>Dottorandi</b>	<b>Titoli presentazioni</b>
11:00-11:30	Bertocchi Carla	Interior point methods meet neural networks: an application to image deblurring.
11:30-12:00	Crisci Serena	Spectral properties of gradient-based methods for optimization problems with special constraints.
12:00-12:30	Diazi Lorenzo	Simulazioni numeriche di opportune equazioni dell'elettromagnetismo applicate al caso di un'antenna biconica.
12:30-13:00	Fernicola Franco	Strutture di incidenza finite con blocchi di forma assegnata.
13:00-14:00	<b>Pausa</b>	
14:00-14:30	Miragliotta Elisa	Geometric prediction: a model to analyze a cognitive process in geometrical problem-Solving
14:30-15:00	Montagnani Alessandro	A stationary solution of turbulence shell models.
15:00-15:30	Nguyen Thi Ngoc Giao	On plane Cremona maps of small degree and their quadratic lengths.
15:30-16:00	Spallanzani Matteo	A framework for the analysis of machine learning systems.
16:00-16:30	Tonon Remis	Due problemi di teoria analitica dei numeri: somme armoniche con i primi e distribuzione delle cifre di quozienti fra interi.
17:00	<b>Proclamazione</b>	

## ABSTRACTS

### **Bertocchi Carla**

*Interior Point Methods Meet Neural Networks: an Application to Image Deblurring.*

Abstract: The aim of this thesis is to propose novel Deep Learning model to approach the image deblurring problem. This is a well known Inverse Problem that is usually reformulated as a regularized optimization problem, in which the objective function to be minimized is a sum of a data discrepancy measure with a regularization term. Also additional constraints can be imposed to incorporate a priori knowledge on the desired solution. In our work we consider smooth data-fidelity and regularization terms and we include constraints in the objective function by means of a logarithmic barrier. A proximal interior point method (IPM) is adopted to address the minimization step, in which the proximity operator is restricted only to the barrier function. The key issue of our proposed approach is the following: the regularization parameter, the barrier parameter and the step size needed in the iterations of the IPM are chosen by means of a particular Deep Learning strategy. In particular, we say that the IPM algorithm is unfolded in a neural network structure, whose training process merges with the optimization process. We used benchmarks image datasets to train the resulting neural network architecture and test our approach. Comparisons with standard gradient projection methods, with recent machine learning algorithms and also with other unfolded methods have been performed and the tests showed good performances and competitiveness of our approach.

---

### **Crisci Serena**

*Spectral properties of gradient-based methods for optimization problems with special constraints*

Abstract: In the last decades, the role of steplength selection strategies in gradient methods has been widely investigated. Starting from the inspiring work of Barzilai and Borwein (BB) (1988), many efficient steplength selection rules have been designed, making gradient approaches very effective for solving optimization problems that handle large-scale data and require real-time solutions. The aim of this thesis is to analyse how the presence of the constraints can affect the spectral properties of some well-known steplength selections in gradient projection (GP) methods for constrained optimization. Novel versions of the BB rules are proposed, obtaining improvements of GP methods. The spectral analysis is also extended to the LMSD strategy (Fletcher, 2012). Finally, the theoretical contributions are supported by an extensive numerical experimentation on quadratic and non-quadratic test problems, large-scale problems and real-world applications.

---

### **Diazzi Lorenzo**

*Simulazioni Numeriche di Opportune Equazioni dell'Elettromagnetismo applicate al caso di un'Antenna Biconica*

Abstract: Partendo da un'estensione delle classiche equazioni dell'elettromagnetismo sono state implementati opportuni schemi numerici al fine studiare il "near-field" di un'antenna biconica. L'estensione delle equazioni di Maxwell è stata necessaria per modellizzare una nuova situazione: è

stata infatti considerata la possibilità di avere regioni spaziali in cui la divergenza del campo elettrico non fosse nulla, in particolare nelle zone in prossimità delle guide, trattate come conduttori non-perfetti. Le simulazioni sono state ambientate in uno spazio tridimensionale descritto in coordinate cilindriche e le equazioni sono state discretizzate usando schemi alle differenze finite. Dapprima sono stati condotti esperimenti numerici relativamente alla propagazione di onde solitoniche nel vuoto, quindi si è passati a considerare casi in cui queste attraversassero mezzi con diversa conduttività. Successivamente sono state individuate condizioni al bordo adatte a simulare l'interazione di un solitone con delle guide conduttrici ed infine, i risultati sono stati applicati al caso, più complesso, del campo elettromagnetico generato da un'antenna biconica.

---

## **Fernicola Franco**

### *Strutture di incidenza finite con blocchi di forma assegnata*

Abstract: In questa tesi si prende in considerazione il problema della decomposizione del grafo completo con  $v$  vertici in sottografi tutti isomorfi a un assegnato grafo  $H$ . I sottografi della decomposizione vengono detti blocchi. Secondo la definizione di decomposizione ogni spigolo del grafo completo si deve pertanto collocare in esattamente un blocco della decomposizione. Uno dei problemi principali tanto nella teoria dei disegni a blocchi classici quanto nella teoria degli  $H$ -disegni consiste nella determinazione dello spettro di esistenza, cioè la determinazione dei valori di  $v$  per cui il disegno a blocchi esiste. Nel caso trattato in questa tesi si tratta di stabilire, per un fissato grafo  $H$ , quale sia lo spettro di esistenza degli  $H$ -disegni, cioè l'insieme dei valori di  $v$  per cui una  $H$ -decomposizione del grafo completo con  $v$  vertici esiste. Si dà un contributo al problema della determinazione dello spettro nel caso in cui il grafo  $H$  sia un grafo connesso con 7 vertici e 7 spigoli dotato di un ciclo di lunghezza 3.

---

## **Miragliotta Elisa**

### *Geometric prediction: a model to analyze a cognitive process in geometrical problem-Solving*

Lo studio si concentra su alcuni aspetti cognitivi coinvolti nella generazione di previsioni, nello specifico dominio del ragionamento geometrico nel contesto della Geometria Euclidea piana. Interpretando, alla luce della Teoria dei concetti figurali, il pensiero geometrico in termini di dialettica tra componente figurale e componente concettuale, si è costruito un quadro teorico che integra approcci diversi al problema di ricerca; i dati (interviste task-based a solutori diversi) sono stati analizzati qualitativamente secondo una prospettiva microgenetica, al fine di descrivere un modello di previsione geometrica ovvero del processo attraverso il quale una figura viene manipolata, i suoi cambiamenti immaginati, mentre alcune proprietà vengono mantenute invariante. Il modello fornisce una lente teorica utile a comprendere i processi di anticipazione, offre strumenti operativi per analizzare le produzioni degli studenti coinvolti nella risoluzione di compiti geometrici e chiarisce il ruolo sia degli elementi teorici sia del controllo concettuale che i solutori esercitano sulle figure geometriche.

---

## **Montagnani Alessandro**

*A stationary solution of turbulence shell models.*

The focus of the presentation is to study well-posedness, with respect to generic Gaussian distributed initial data, in turbulence shell models. In the of state-of-the-art results we have existence of solution for any finite energy initial conditions. Here we show the generic existence of solutions with respect to initial data distributed as Gaussian invariant measures, in "mixed" dyadic and tree-like shell models, extending the classical deterministic results. The existence is given thanks to compactness argument and techniques similar to the ones used by Albeverio and Cruzeiro for Euler equation (and more recently with a different approach by F. Flandoli), adapted to our model. Uniqueness is not provided, and the natural oscillating behaviour of the solutions obtained may suggests that it doesn't hold at all.

---

## **Nguyen Thi Ngoc Giao**

*On plane Cremona maps of small degree and their quadratic lengths.*

The plane Cremona group is the group of birational maps of the complex projective plane. By Noether-Castelnuovo theorem, it is generated by automorphisms and a single quadratic map. The minimal number of quadratic maps (ordinary quadratic maps, resp.) needed to decompose a given map is called quadratic length (ordinary quadratic length) of the map. While the classification of quadratic plane Cremona maps is well-known from more than one century, only recently Cerveau and Déserti gave a classification of cubic plane Cremona maps. However, their classification is not complete and it contains some inaccuracies. In this thesis, we first give a fine and complete classification of cubic plane Cremona maps, by using a new notion of enriched weighted proximity graph of the base points of a plane Cremona map. This allows us to compute exactly the quadratic length and the ordinary quadratic length of all cubic plane Cremona maps. Furthermore, we generalize this approach to study quartic plane Cremona maps and we compute their quadratic length and ordinary quadratic length.

---

## **Spallanzani Matteo**

*A framework for the analysis of machine learning systems.*

Despite the undeniable success of machine learning, the related corpus of knowledge mainly consists of an unsystematic collection of theoretical results and empirical observations, hard to understand in its entirety even by experienced researchers. In this thesis, we selected and integrated concepts from three different fields (namely, mathematical analysis, algorithmics and computer engineering) to develop a framework which could 1) present and clarify the typical constraints of machine learning systems that arise at different stages of the development pipeline, 2) expose how decisions at a stage of the pipeline impact the choices at other stages and 3) make interdisciplinary collaborations both faster and more effective. As an example, we discuss the case of *quantized*

*neural networks*, a sub-class of *artificial neural networks*: in this context, our framework has proven to be an effective tool for managing the complexity of machine learning systems design.

---

## **Remis Tonon**

*Due problemi di teoria analitica dei numeri: somme armoniche con i primi e distribuzione delle cifre di quozienti fra interi.*

Nell'articolo "Small values of signed harmonic sums", Bettin, Molteni e Sanna considerano serie armoniche troncate in cui si ammette per ogni addendo la possibilità del segno positivo o negativo e dimostrano delle limitazioni per l'errore che si commette approssimando un valore reale qualsiasi con tali oggetti. Nella tesi si è estesa la validità dello stesso risultato, che riguardava la sola successione dei naturali, ad ogni sua sottosuccessione che rispetti opportune ipotesi di crescita; inoltre, nel caso specifico della successione dei numeri che sono il prodotto di  $k$  fattori primi distinti, dove  $k$  è un numero naturale fissato, è stato possibile migliorare sensibilmente le limitazioni per l'errore in oggetto. Il punto di partenza del secondo problema è, invece, l'articolo "Probability of digits by dividing random numbers: a  $\psi$  and  $\zeta$  functions approach", in cui Gambini, Mingari Scarpello e Ritelli studiano la distribuzione dell' $n$ -esima cifra dopo la virgola (in diverse basi di numerazione) di tutti i possibili quozienti tra i primi  $N$  numeri naturali, dimostrando che essa non è uniforme, ma che segue una legge affine alla legge di Benford. Nella tesi si è migliorato il termine d'errore proposto dai tre autori e si è studiata la variante del problema che prende in considerazione soltanto i numeri primi.